**Всероссийская олимпиада школьников по математике 2019–2020 уч. г.**

Школьный этап 9 класс

Задача 1. Есть три брата-акробата. Их средний рост — 1 метр 74 сантиметра. А средний рост двух из этих братьев: самого высокого и самого низкого — 1 метр 75 сантиметров. Какого роста средний брат? Ответ обоснуйте.

Задача 2. Радиус описанной окружности равнобедренного треугольника ABC (AB = BC) равен основанию AC. На основании AC построен квадрат AKLC так, что отрезок KL пересекает боковые стороны треугольника. Докажите, что треугольник BKL равносторонний.

Задача 3. Назовём трёхзначное число интересным, если хотя бы одна его цифра делится на 3. Какое наибольшее количество подряд идущих интересных чисел может быть? (Приведите пример и докажите, что больше чисел получить нельзя.)

Задача 4. Разность корней квадратного уравнения с действительными коэффициентами 2018x 2 + ax + b = 0 — целое число (при этом сами корни необязательно целые). Докажите, что дискриминант этого уравнения делится на 20182 .

Задача 5. Найдите все такие пары натуральных чисел a и b, что НОК(a, b) = НОД(a, b) + 19 (и докажите, что других нет). НОД(a, b) — это наибольший общий делитель, то есть наибольшее натуральное число, делящее и a, и b. НОК(a, b) — это наименьшее общее кратное, то есть наименьшее натуральное число, кратное и a, и b.